

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

0368-2002

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

1. ענו על 10 השאלות הבאות.
2. בראש כל תשובה יש לרשום תשובה סופית שהיא אחת מחמשת האפשרויות הניתנות. מייד אחרי זה יש לרשום נימוק.
3. ענו על השאלות רק במחברות. טפסי השאלון לא יבדקו.
4. משקל כל שאלה הוא 10 נקודות.
5. על תשובה סופית שגויה עם הסבר לא מושלם, ינתן ניקוד חלקי. על תשובה סופית נכונה ללא הסבר מתאים, לא ינתן ניקוד.
6. הצובר N נקודות יקבל ציון ששווה ל $\min\{N + 3, 100\}$.
7. אין להשתמש בספרים ובמחברות. ניתן להשתמש בשלושה דפי עזר דו-צדדיים ובמחשבון שלא ניתן לתכנות.
8. לרשותכם 3 שעות.
9. שאלה 11 מיועדת רק לקבוצות C ו B של אנשי המילואים. זו שאלה פתוחה, בה אין בחירה באפשרות נכונה. משקל שאלה זו הוא 10 נקודות.

בהצלחה !

שאלה 1

נתון גרף שלם לא מכוון בעל קבוצת הצמתים $\{1,2,3,4,5\}$. כל אחת מקשתות הגרף נצבעת בצבע כחול בסיכוי $\frac{2}{3}$ או בצבע ירוק בסיכוי $\frac{1}{3}$. צביעת הקשתות השונות מתבצעת באופן ב"ת ביניהן. כל קבוצה של שלושה צמתים, שכל שלושת הקשתות שמחברות אותן צבועות באותו צבע, נקראת משולש. מהי תוחלת מספר המשולשים בהינתן שהקשת שבין צומת 1 לצומת 2 צבועה בכחול?

- א. בין שתיים וחצי לשלוש
- ב. בין שלוש לשלוש וחצי
- ג. בין שלוש וחצי לארבע
- ד. בין ארבע לארבע וחצי
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 2

נתון גרף שלם לא מכוון בעל קבוצת הצמתים $\{1,2,3,4,5\}$. כל אחת מקשתות הגרף נצבעת בצבע כחול בסיכוי חצי או בצבע ירוק בסיכוי חצי. צביעת הקשתות השונות מתבצעת באופן ב"ת ביניהן. כל קבוצה של שלושה צמתים, שכל שלושת הקשתות שמחברות אותן צבועות באותו צבע, נקראת משולש. מהי התוחלת המותנה של מספר המשולשים בהינתן שלפחות קשת אחת צבועה בכחול?

- א. שווה לתוחלת הלא מותנה של מספר המשולשים.
- ב. אלפיים חמש מאות וחמישים חלקי אלף עשרים ושלוש
- ג. אלפיים חמש מאות וחמישים חלקי אלף עשרים ושלוש
- ד. אלפיים חמש מאות ושבעים חלקי אלף עשרים ושלוש
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 3

יהיו X, Y, Z שלושה משתנים מקריים ב"ת שווי התפלגות. נניח ש $X \sim U[1,5]$ (אחיד בדיד). מהו $P(X < Y < Z)$?

- א. קטנה מאחד חלקי חמש עשרה
- ב. בין אחד חלקי שלוש עשרה לעשירית
- ג. בין תשיעית לשביעית
- ד. ששית
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 4

יהיו X, Y, Z שלושה משתנים מקריים ב"ת.
נניח ש $X \sim U[0,1]$ (אחיד בדיד), $Y \sim U[0,1]$ (אחיד בדיד), $Z \sim \exp(1)$ (מעריכי).
מהו $P(X < Z < Y)$?

- א. קטנה מאחד חלקי עשרים
- ב. בין אחד חלקי עשרים לאחד חלקי חמש עשרה
- ג. בין אחד חלקי חמש עשרה לעשירית
- ד. בין עשירית לחמישית
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

נתונים אלה מתייחסים לשאלות 5 ו 6.

יש כמובן $6^3 = 216$ סדרות שונות באורך שלוש של תוצאות הטלות של קוביה תקינה.
לכל אחת מ 216 סדרות אלה קיימת שונות של מספר הופעותיה ברצף בסדרה של n הטלות ב"ת של קוביה תקינה.
מבין 216 הסדרות קיימות סדרות של מספר הופעות ברצף יש שונות שאינה גדולה מהשונות של מספר ההופעות ברצף של אף לא סדרה אחרת מבין 216 הסדרות, זאת אומרת שעבורן מתקבלת שונות מינימלית.

שאלה 5

נניח ש $n = 4$. מספר הסדרות מבין 216 הסדרות שעבורן מתקבלת שונות מינימלית הוא:

- א. 216
- ב. 215
- ג. 210
- ד. 180
- ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.

שאלה 6

נניח ש $n = 8$. מספר הסדרות מבין 216 הסדרות שעבורן מתקבלת שונות מינימלית הוא:

- א. 216
 - ב. 215
 - ג. 210
 - ד. 180
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 7

נתון מטבע הוגן שעל צד אחד שלו מופיע "עץ". גלן הודל מבצע סדרה של 51 הטלות של מטבע זה. הארי קיין מבצע סדרה של 50 הטלות של מטבע זה. קבוצת 101 ההטלות היא ב"ת. ההסתברות שגלן הודל יקבל יותר תוצאות "עץ" מאשר הארי קיין היא:

- א. חצי
 - ב. גדולה מ 0.49 וקטנה מחצי
 - ג. גדולה מחצי וקטנה מ 0.51
 - ד. גדולה מ 0.51
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 8

נתון מטבע הוגן שעל צד אחד שלו מופיע "עץ". גלן הודל מבצע סדרה של n הטלות של מטבע זה. הארי קיין מבצע סדרה של $n + 5$ הטלות של מטבע זה. קבוצת $2n + 5$ ההטלות היא ב"ת. כאשר $n \rightarrow \infty$ ההסתברות שגלן הודל יקבל יותר תוצאות "עץ" מאשר הארי קיין שואפת ל:

- א. חצי
 - ב. רבע
 - ג. שמינית
 - ד. אחד חלקי שלושים ושתיים
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 9

נתונים שני משתנים מקריים ב"ת מעריכיים $X \sim \exp(1)$, $Y \sim \exp(2)$. מהו $P(Y < X)$?

- א. שלושה רבעים
 - ב. שני שלישים
 - ג. שלישי
 - ד. מספר לא רציונלי
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 10

נתונות שתי טענות.

טענה א: יתכן שהמכסימום של שני משתנים אחידים בדידים ב"ת מתפלג אחיד בדיד.
טענה ב: יתכן שהמכסימום של שני משתנים גיאומטרים ב"ת מתפלג גיאומטרי.

- א. טענה א' נכונה וטענה ב' נכונה.
 - ב. טענה א' נכונה וטענה ב' לא נכונה.
 - ג. טענה א' לא נכונה וטענה ב' נכונה.
 - ד. טענה א' לא נכונה וטענה ב' לא נכונה.
 - ה. כל האפשרויות הקודמות לא נכונות.
-

שאלה 11 על שאלה זו רשאים לענות רק חברי קבוצות B ו C של אנשי המילואים.
יהי $X \sim U[150, 249]$ (אחיד בדיד).
יהי Y - ספרת המאות של X . יהי T - ספרת העשרות של X .
מהו $E(YT)$?
